

Задача 1. (15 баллов)

В цилиндрическую банку с водой опустили латунную чашку (плотность латуни 8,8 г/см³) так, что она плавает. При этом вода в банке поднялась на 2,3см. На сколько изменится уровень воды в банке, если чашку полностью утопить? Ответ округлить до одного десятичного знака.

Решение:

Введем обозначения:

m – масса чашки;

$\rho_{\text{лат}}$ – плотность латуни;

$\rho_{\text{в}}$ – плотность воды

S – площадь поперечного сечения банки;

V – объем вытесненной воды плавающей чашкой;

h_1 – высота поднятия воды при плавающей чашки;

h_2 – высота поднятия воды при затонувшей чашки.

Для плавающей чашки:

$$mg = \rho_{\text{в}} g V \quad V = h_1 S$$

$$m = \rho_{\text{в}} h_1 S \quad S = \frac{m}{\rho_{\text{в}} h_1}$$

Для утонувшей чашки:

$$V_2 = h_2 S = \frac{m}{\rho_{\text{л}}} \Rightarrow h_2 = \frac{m}{\rho_{\text{л}} S}$$

$$\Delta h = h_1 - h_2 = h_1 \left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}}\right) = -2,0 \text{ см}$$

Знак минус означает, что уровень воды понизится.

Задача 2. (15 баллов)

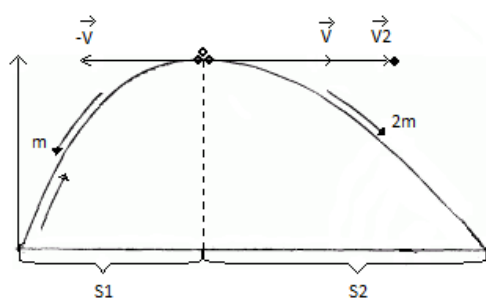
Снаряд, выпущенный под углом к горизонту, в верхней точке траектории раскололся на два осколка, массами m и $2m$, разлетевшихся горизонтально. Разрыв произошел на расстоянии 300 м (по горизонтали) от места выстрела. После разрыва снаряда меньший осколок вернулся обратно к месту

выстрела. На каком расстоянии от места разрыва (по горизонтали) упал второй осколок? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ округлить до целых.

Решение:

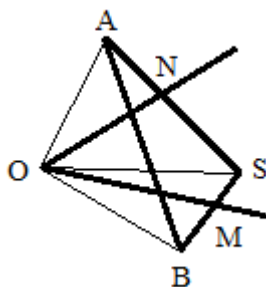
Так как меньший осколок попадает в исходную точку, то его скорость v_1 после разрыва равна $v_1 = -v$, где v – скорость снаряда непосредственно перед разрывом. Тогда скорость второго осколка определяется из закона сохранения импульса:

$$3mv = -mv + 2mv_2 \Rightarrow v_2 = 2v \Rightarrow \text{т.к. осколки _упадут_ одновременно} \Rightarrow S_2 = 2S_1$$



Задача 3. (20 баллов)

Небольшой предмет помещен между двумя плоскими зеркалами, поставленными под углом 45 градусов. Найти расстояние от предмета до линии пересечения плоскостей зеркал, если расстояние между его первыми изображениями равно 10 см. Ответ округлить до одного десятичного знака.



Решение:

Построим изображения точки S в зеркалах. Это A и B. Соединим точки S, A, B с проекцией оси пересечения зеркал O. В силу равенства $\triangle OAN$ и $\triangle OSN$, а так же $\triangle OBN$ и $\triangle OSN$, получим, что $OA=OB=OS=x$ и что угол AOB прямой. Поэтому $x^2+x^2=AB^2$ и $x = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,1 \text{ см}$

Задача 4. (25 баллов)

Электрочайник имеет мощность 800 Вт и объем 3 л. Чайник заполняют водой при температуре 20°C и включают на 40 мин. Во всем температурном диапазоне удельная теплоемкость воды постоянна и равна 4,2 кДж/кг°C,

удельная теплота парообразования 2,26 МДж/кг. Какова масса воды, оставшейся в чайнике? Считать, что 10% энергии электрочайника теряется на нагревание окружающей среды. Ответ округлить до двух десятичных знаков.

Решение:

Введем обозначения:

$$P=800 \text{ ВТ}$$

$$V=3\text{л}$$

$$\Delta T= 100^{\circ}\text{C}-20^{\circ}\text{C}=80^{\circ}\text{C}$$

$$C=4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}^{\circ}\text{C}}$$

$$r=2,26 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$$

$$\eta = 0,9$$

$$\tau = 40.\text{мин} = 2400\text{сек}$$

За время τ чайник отдает воде энергию $\eta P\tau$. Эта энергия идет на нагревание воды до 100°C и испарения части воды.

$$\eta P\tau = C\rho V\Delta T + (\rho V - m)r \Rightarrow m = \rho V + \frac{C\rho V\Delta T - \eta P\tau}{r} =$$

$$3\text{кг} + \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 80 - 0,9 \cdot 800 \cdot 2400}{2,26 \cdot 10^6} \text{кг} = \left(3 + \frac{4,2 \cdot 24 - 7,2 \cdot 24}{226}\right) = 3\left(1 - \frac{24}{226}\right) \text{кг} \approx 2,68\text{кг}$$

Задача 5.(25 баллов).

Два шарика движутся с одинаковыми скоростями навстречу друг другу по одной прямой. После их неупругого соударения выделяется некоторое количество теплоты. Масса одного из шариков вдвое больше другого. Если масса большего шарика возрастет, то количество выделившейся теплоты увеличится в 1,2 раза. Во сколько раз теперь отличаются массы шаров? Ответ округлить до целых.

Решение:

Два тела с массами m и nm двигаются по одной прямой и неупруго сталкиваются. Напишем законы сохранения импульса и энергии для этого случая.

$$mnv_0 - mv_0 = m(n+1)v$$

$$\frac{mnv_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(n+1)^2 v^2}{2} + Q$$

где Q – выделяемая энергия . Решая совместно эту систему уравнений получим:

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{4n}{n+1}$$

Если $n=2$, то $Q = \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{8}{3}$

Учитывая, что $Q_2=1,2Q_1$, получим

$$\frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{4n}{n+1} = 1,2 \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{8}{3}$$

Откуда следует, что $n=4$