



**Шабалин  
Евгений  
Иванович**

**Решение Задач по Физике для Школьников**

**Часть 2**

***ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО  
ДВИЖЕНИЯ***

**Внимание!**

Использование материалов из этой книжки разрешается (и даже приветствуется), но только с указанием автора книжки и его сайта!

**Сайт автора:** [www.reppofiz.info](http://www.reppofiz.info)

**Электронная почта:** [reppofiz@mail.ru](mailto:reppofiz@mail.ru)

\*\*\*\*\*

Теперь начинается самое интересное. Я считаю, что **динамика** – это самый главный раздел всей физики. Законами динамики, как это тебе ни покажется странным, можно объяснить не только механические явления, но и явления из казалось бы не похожих на механику областей. Например, ты, надеюсь, помнишь основное уравнение молекулярно-кинетической теории  $P = \frac{2}{3} n E_{кин}$ , или закон Ома для однородного участка цепи  $U = IR$ . Так вот, оба эти закона не что иное как **2-й закон Ньютона**, только записанный через другие физические величины! Многие могут со мной поспорить: есть еще более фундаментальные законы, объясняющие ещё больше явлений – законы сохранения (энергии, импульса и т.д.). Всё верно. Это ещё более мощный и в тоже время самый сложный раздел физики, – мы будем постепенно его изучать, но...

Всё начинается с **1-го закона Ньютона**. Без него бессмысленно говорить и о законах сохранения и о чем-то другом. Абсолютно не понимаемый для большинства школьников закон! Вообще, у многих людей есть одна большая проблема – если закон не имеет математической записи, то они его не понимают или очень быстро забывают. **1-ый закон Ньютона** относится как раз к таким законам. Я дам современную формулировку (а не ту, которую давал сам Ньютон): **Существуют такие системы отсчета, в которых материальная точка покоится или движется равномерно, пока действие со стороны других тел не изменит её состояния. Такие системы называются инерциальными, а движение точки – движением по инерции.**

В чём суть этого закона? Для тебя самое главное следующее: 1) Не все системы отсчета, про которые мы говорили в разделе "кинематика", одинаковые. Одни являются инерциальными, другие нет. **Для большинства задач** Землю можно считать инерциальной системой. Я подчеркиваю – для большинства задач! но не для всех, потому что Земля из-за своего вращения (в первую очередь вокруг собственной оси) не является, по большому счету, инерциальной системой. И если мы, например, очень скрупулезно будем рассматривать свободное падение тела с большой высоты, то вследствие неинерциальности Земли, тело не будет падать строго вертикально! Но это отличие будет таким маленьким, что им можно попросту пренебречь (это я и имею ввиду, когда говорю – для большинства задач). 2) Помнишь преобразования Галилея (закон сложения скоростей):  $\vec{v}_{abc} = \vec{v}_{omn} + \vec{u}_{cuct}$  (см. формулу 10 из "Кинематики"). Если материальная точка относительно некоторой системы К' движется равномерно (то есть  $\vec{v}_{omn} = \text{const}$ ), и, допустим, сама эта система движется равномерно относительно К (то есть  $\vec{u}_{cuct} = \text{const}$ ), то и относительно системы К точка тоже будет двигаться равномерно ( $\vec{v}_{abc} = \text{const}$ ). А это означает, что если система К' была инерциальной, то и система К тоже инерциальная. Значит, **если мы решили, что Земля – инерциальная система, то и любая другая система, двигающаяся относительно Земли равномерно, тоже будет инерциальной!**

3) Не знаю, понял ли ты что-нибудь из предыдущего, но самое главное это следующее. **Решать задачи** (причем, не только по механике) **нужно в инерциальной системе отсчета!** Пусть для тебя это будет всегда Земля. В крайнем случае си-

стему отсчета можно связать с телом, равномерно движущимся относительно Земли. Все последующие законы (опять же не только механики) мы будем писать именно в инерциальной системе. В неинерциальных системах эти законы могут выглядеть по-другому! (Я не утверждаю, что совсем нельзя решать задачи в неинерциальных системах – я лишь говорю, что в неинерциальных системах многие законы выглядят иначе.)

Перейдем ко 2-му закону Ньютона (иногда его называют **основным законом поступательного движения**). В 1-ом законе идет речь о каком-то действии со стороны других тел. Мерой такого действия является некоторая векторная величина, называемая силой (чаще всего будем обозначать её  $\vec{F}$ ). В СИ сила измеряется в Ньютонах (естественно, в честь автора законов). Если действие происходит со стороны нескольких тел, то можно ввести **резльтирующую** (иногда говорят: **равнодействующую**) силу по закону (это свойство сил):

$$\vec{F}_{рез} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum \vec{F} \quad (1)$$

Так вот, 2-ой закон Ньютона утверждает, что **если на материальную точку действует какая-либо результирующая сила, то у точки появляется ускорение, причем пропорциональное этой силе**. Математически закон записывается так:

$$\vec{F}_{рез} = m \vec{a} \quad \text{или так:} \quad \sum \vec{F} = m \vec{a}, \quad (2)$$

где  $m$  – некоторое свойство (свойство инертности), присущее материальной точке, и называемое **массой** (в СИ измеряется в килограммах).

Посмотри, что теперь получается. Если мы знаем силы, действующие на тело, то мы можем найти его ускорение. А зная ускорение и начальное состояние (положение и скорость), найдем положение и скорость тела в любой другой момент времени (см. формулы 6 и 8 из "Кинематики"). Кстати, это называется прямой задачей механики (можешь тут же про это забыть!).

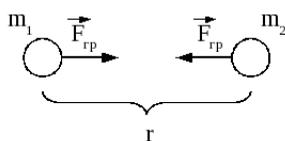
Теперь всё уперлось в силы! Для решения задач необходимо четко представлять себе **какие силы существуют в природе**. В настоящий момент людям известны 4 вида взаимодействия тел. Это гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое. Про последние два даже не думай! – они существуют только при взаимодействиях элементарных частиц (электронов, протонов, нейтронов и т.д.) – это мы рассматривать не будем. А вот первые два как раз нам нужны. Все силы в механике относятся к этим взаимодействиям. Причем, к гравитационному только одна сила. С неё и начнем.

1) Предположим есть две материальные точки массами  $m_1$  и  $m_2$ , расположенные на расстоянии  $r$  друг от друга. Тогда между этими точками возникает **сила притяжения** равная по модулю

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3)$$

и направленная **строго по линии, соединяющей точки!** Фраза "между ними" означает, что первое тело с этой силой действует на второе, а второе с такой же по модулю силой действует на первое (мы к этому моменту вернемся попозже, когда будем вспоминать **3-ий закон Ньютона**). Этот закон носит название – закон всемирного

тяготения Ньютона (да-да его также сформулировал Ньютон), сама сила – **гравитационной силой**, а константа  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$  – гравитационной постоянной.



Этот закон справедлив не только для материальных точек, но и для любых тел. Проблема только в том, вдоль какой линии будет направлена сила, если тело имеет размеры. Можно утверждать что, если тело сферическое, то линия действия силы пройдет через центр тела.

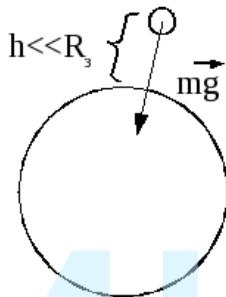
Кстати, посмотри, величина гравитационной постоянной очень маленькая. Так что если мы будем говорить о взаимодействии двух небольших по массе тел (несколько килограмм или даже тонн), то гравитационная сила будет также очень маленькой. Поэтому ей в таких случаях пренебрегают. Но на все тела вблизи Земли действует сама Земля, а её масса  $M_3 \approx 5,98 \times 10^{24} \text{ кг}$ ! Это приводит к тому, что возникающей силой пренебрегать нельзя. Согласно закону на тело массой  $m$  поднятое на некоторую

высоту  $h$  от поверхности Земли действует сила  $F = G \frac{M_3 m}{R^2}$ .

Землю можно считать шаром с радиусом  $R_3 \approx 6370 \text{ км}$ . Если  $h \ll R$ , что выполняется для многих задач (исключение составляют задачи на полеты спутников), то  $R \approx R_3$ , а

$F = G \frac{M_3 m}{R_3^2} = mg$ , где  $g = G \frac{M_3}{R_3^2} \approx 9,8 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2$  – величина,

независящая от тела и называемая ускорением свободного падения на Земле. Для любой другой планеты ускорение свободного падения рассчитывается точно также:



$$g_{пл} = G \frac{M_{пл}}{R_{пл}^2} \quad (4)$$

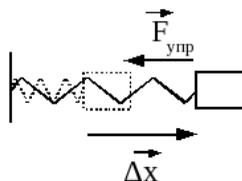
Силу  $\vec{F} = m \vec{g}$  называют **силой тяжести**. Она направлена к центру Земли. На рисунках обычно Землю изображают плоской (горизонтально), тогда сила тяжести всегда будет направлена **вертикально вниз**.

2) Проявление электромагнитного взаимодействия очень разнообразно. Поэтому, в механике рассматривают несколько сил, относящихся к этому взаимодействию, по отдельности. Начнем с **силы упругости**. В классическом представлении – это сила со стороны сжатой или растянутой пружины. Она направлена **в сторону противоположную деформации пружины** и по модулю равна:

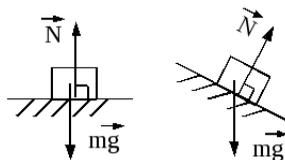
$$|F_{упр}| = k \Delta x, \quad (5)$$

где  $k$  – коэффициент упругости пружины (иногда говорят жесткости) – имеет размерность в СИ: Н/м,  $\Delta x$  – сжатие (или растяжение) пружины. Этот закон называют **законом Гука** (ученый, который открыл этот закон, – в честь него и назвали).

А теперь посмотри на тело, лежащее на горизонтальной поверхности. Ты уже знаешь, что на него действует сила



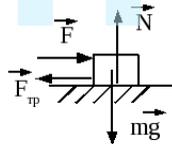
тяжести, но тело при этом покоится. Значит, согласно 2-му закону Ньютона, сумма сил должна равняться нулю, то есть на тело должна действовать как минимум еще одна сила, противоположная силе тяжести. И действительно, поверхность стола (опоры) можно представить в виде множества пружин, каждая из которых немного сжалась. Этим сжатием мы будем пренебрегать и считать, что **поверхность осталась плоской**, но сила упругости со стороны пружин все равно возникла! Сумма этих небольших сил называется **силой реакции опоры**  $\vec{N}$ . Эта сила направлена всегда вдоль пружин, то есть **перпендикулярно опоре** (вернее – соприкасающимся поверхностям).



**Внимание!** Чтобы ты не обвинил меня в непрофессионализме, давай сразу обсудим один момент. Законы динамики поступательного движения – это векторные законы, и они не требуют точного указания точки приложения силы. Важно лишь то, куда эта сила направлена. Поэтому, на моих рисунках ты можешь увидеть, что сила тяжести, например, выходит из какой-нибудь крайней точки тела или вообще показана рядом с телом (как сила упругости на предыдущем рисунке). Пока это не важно. Более подробно место приложения каждой силы мы будем обсуждать в разделе "статика" – там этого требуют законы! Тогда и будем рисовать силы уже с указанием точки приложения.

Точно также, на тело подвешенное на нити (или стержне) кроме силы тяжести действует сила упругости со стороны нити. Нить как пружина слегка растягивается, но этим растяжением мы опять же будем пренебрегать и считать **нити нерастяжимыми**. Однако, силой пренебречь нельзя. Эта сила направлена всегда вдоль нити к точке подвеса (в случае со стержнем – вдоль стержня, но может быть в любую сторону, так как стержень может и растягиваться, но и сжиматься) и называется **силой натяжения нити**  $\vec{F}_{нат}$  (или стержня).

3) Опять рассмотрим тело, например шкаф, расположенный на горизонтальной поверхности. На него действуют сила тяжести вниз и реакция опоры вверх. Попробуем подействовать на него какой-либо горизонтальной силой  $\vec{F}$ . Почему при этом шкаф покоится? Опять же потому, что кроме нашей силы на него начнет действовать еще одна сила со стороны поверхности. Эта сила называется **силой трения**  $\vec{F}_{тр}$  и направлена всегда **вдоль поверхности в сторону противоположную движению** (или предполагаемому движению – как раз в нашем случае против нашей силы  $\vec{F}$ ). Так как тело покоится, то согласно 2-му закону Ньютона должно выполняться равенство  $F_{mp} = F$ . (В самом деле, закон то векторный. Его надо спроецировать на оси. В проекции на горизонтальную ось получаем  $F - F_{mp} = 0$ .)



Предположим, что силу  $F$  мы увеличили, но шкаф все равно покоится. Значит, сила трения тоже возросла. Но из жизненного опыта мы знаем, что при определенном усилии шкаф все-таки с места сдвинется. Это происходит потому, что сила трения не возрастает до бесконечности. Её максимальное значение равно:

$$\boxed{F_{mp} = \mu N}, \quad (6)$$

где  $\mu$  – величина, зависящая от соприкасающихся поверхностей и называемая коэффициентом трения (величина, как видно из этого закона, безразмерная),  $N$  – модуль (а не вектор!) силы реакции опоры. Еще эту силу называют **силой трения скольжения**. Будь внимателен, пользоваться этим выражением можно только при условии, что тело **скользит по поверхности** или вот-вот начнет скользить (то есть когда сила трения уже достигла этого максимального значения). Когда же тело покоится, то сила трения (трение покоя) может принимать любое значение от 0 до  $\mu N$ .

4) Выше были рассмотрены три основные силы, которые очень часто будут встречаться у тебя в задачах. Но ими, конечно же, не ограничивается полный список всевозможных сил. Так иногда по условию требуют учесть **силу сопротивления воздуха** или другой среды (например, воды). Эта сила не имеет общего выражения, но о ней можно говорить, что она направлена **всегда против скорости** тела, зависит от формы тела, среды, в которой движется тело, а также от величины скорости тела (причем, скорость может быть в некоторой степени, не обязательно целой). Например, ты можешь встретить следующее выражение для силы сопротивления:  $F_{\text{соп}} = \alpha v^{1,5}$ , где  $\alpha$  – некоторый размерный коэффициент.

Про другие силы пока говорить не будем – по мере надобности будем их рассматривать. Так, например, силу Архимеда рассмотрим при изучении законов жидкости, силу Кулона – в электростатике и т.д.

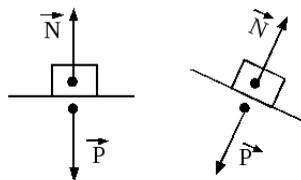
5) Но обязательно надо сказать еще про одну силу. Как по твоему, что весит больше: 1 килограмм железных гвоздей или 1 килограмм пуха? Думаешь – глупый вопрос? Нет. Просто, есть одна очень распространенная ошибка – смешивать понятия **массы** и **веса**. Когда ты в магазине просишь продать тебе 1 кг колбасы, тебе продают колбасу весом примерно 9,8 Н! Потому, что **вес – это сила!** И весы показывают эту силу, а не массу.

Прежде чем подробнее рассмотреть эту силу, надо сказать о **3-ем законе Ньютона**. Он очень простой и понятный, и ты его наверняка помнишь в формулировке: сила действия равна силе противодействия. Давай немного уточним эту формулировку. Пусть первое тело действует на второе с некоторой силой  $\vec{F}_{12}$  (природа этой силы абсолютно не важна). Тогда, согласно **3-ему закону Ньютона**, второе тело действует на первое с точно такой же по модулю силой  $\vec{F}_{21}$ , но направленной противоположно:

$$\boxed{\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}}. \quad (7)$$

При этом, силы **направлены вдоль одной линии!** Нельзя забывать про это важное дополнение. Мы уже встретились с этим законом, когда рассматривали гравитационную силу.

Так вот, когда тело лежит на поверхности, со стороны поверхности действует сила реакции опоры. Но и поверхность тела можно представить как множество пружинок, которые также немного сжались (мы опять же этим пренебрегаем). И это приводит к возникновению силы со стороны тела на поверхность. Именно эту силу, то есть силу, с которой **тело действует на опору** или подвес, называют **весом**  $\vec{P}$ . По 3-



ему закону Ньютона  $\vec{P} = -\vec{N}$ . То есть, по модулю вес всегда равен силе реакции опоры (или силе натяжения нити, стержня и т.п.).

Что касается заданного в начале пункта вопроса, то эту задачу мы рассмотрим, когда будем изучать силу Архимеда. Сейчас только скажу, что из-за этой силы вес гвоздей будет больше, чем вес пуха. Но если вес искать в вакууме, где нет силы Архимеда, то он будет одинаковый.

В задачах с весом возможна ещё одна распространенная ошибка. Посмотри еще раз на 2-ой закон Ньютона. В него входят **масса тела, ускорение тела** и силы, действующие **на тело**. Вес же – это сила со стороны тела, то есть он не может входить в уравнение 2-го закона Ньютона! Поэтому, чтобы не ошибиться, **никогда эту силу не рисуй!** Даже если по условию она дана или её надо найти. Просто помни, что по модулю

$$\boxed{|P| = |N|} \quad (8)$$

Хочется обобщить всё вышесказанное. Итак, запомни: 1) основным законом при решении задач по динамике является **2-ой закон Ньютона**. Его тебе придется записывать почти в каждой задаче. Вообще, мысль о 2-ом законе Ньютона должна возникать у тебя в первую очередь, как только ты прочитал задачу. 2) При этом не забывай про 1-ый закон (то есть про инерциальность той системы отсчета, в которой ты собираешься решать) и про 3-ий, особенно, когда в задаче несколько тел. 3) Динамика – это **самый главный** раздел (с моей точки зрения, – я уже говорил это), но в то же время **самый легкий!** Сейчас сам убедишься на задачах.

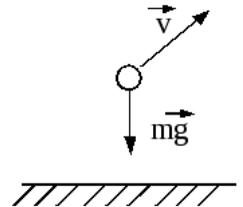
\*\*\*\*\*

### Задача №1.

Тело брошено под углом к горизонту. С каким ускорением оно движется. Силами со стороны воздуха пренебречь.

### Решение.

Так как 2-ой закон Ньютона – векторный, то решение задач с его помощью подразумевает наличие рисунка (вспоминай, что мы говорили по этому поводу в "кинематике"). Причем, на рисунке надо показать все силы и ускорение (если это можно сделать, конечно), ведь именно эти векторные величины входят в закон! (Скорость на рисунке показана просто так – она не играет в этой задаче какую-либо роль.) Так в этой задаче мы точно знаем, что на тело действует сила тяжести и что больше сил нет. Согласно 2-му закону Ньютона (формула (2))  $m\vec{g} = m\vec{a}$ , значит  $\vec{a} = \vec{g}$ . Как раз этим мы уже пользовались, когда решали задачи по кинематике.



### Задача №2.

Во сколько раз масса Юпитера больше массы Земли, если ускорение свободного падения на нём в 2,54 раза больше чем на Земле, а радиус Юпитера в 11,2 раза больше земного?

**Решение.**

Редкий случай, когда в задаче по механике не надо делать рисунка. Но подобные задачи встречаются в ЕГЭ. Их по большому счету и назвать-то физическими нельзя. Главное знать нужную формулу и применить её несколько раз (в этой задаче – два). Этот тип задач ближе к математике (или арифметике!).

Посмотри, речь идёт об ускорении свободного падения на двух планетах. Да-

вай запишем формулу (4) для Земли и Юпитера: 
$$\begin{cases} g_3 = G \frac{M_3}{R_3^2} \\ g_{Ю} = G \frac{M_{Ю}}{R_{Ю}^2} \end{cases} .$$
 Поделим нижнее

выражение на верхнее. Это очень удобный способ решения, особенно тогда, когда уравнений меньше чем неизвестных. Не забывай, уравнения можно складывать, вычитать, делить и умножать, но по определенным правилам. Если ты выполняешь какую-либо операцию, то ты должен это сделать с левыми частями уравнений (в нашем случае поделить) и тоже самое с правыми. В итоге получаем:  $\frac{g_{Ю}}{g_3} = \frac{M_{Ю} R_3^2}{M_3 R_{Ю}^2}$ . От-

сюда находим искомую величину  $\frac{M_{Ю}}{M_3} = \frac{g_{Ю} R_{Ю}^2}{g_3 R_3^2} = \frac{g_{Ю}}{g_3} \times \left(\frac{R_{Ю}}{R_3}\right)^2 = 2,54 \times 11,2^2 \approx 319$ .

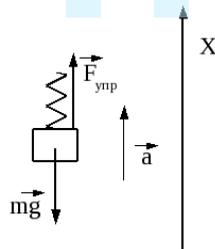
**Задача №3.**

К грузу массой 200 г прикрепили одним концом пружину длиной 5 см и начали за другой конец поднимать этот груз вверх с ускорением 2 м/с<sup>2</sup>. Чему равна жесткость пружины, если её длина при этом стала 6 см.

**Решение.**

Сделаем рисунок. Покажем действующие на тело силы: сила тяжести вертикально вниз, сила упругости вертикально вверх (пружина ведь растянулась).

Маленький совет. Конечно, силы приложены к телу, и рисовать их нужно стараться прикрепленными к телу (как сила тяжести на рисунке). Но часто это приводит к нагромождению рисунка (особенно, если сил много). Поэтому, ничего страшного не будет, если ты нарисуешь силу рядом с телом (как сила упругости). Главное, чтобы она была правильно направлена (закон то векторный! – впрочем, я про это уже говорил).



Обязательно покажем направление ускорения (в этой задаче это можно сделать) и естественно ось системы отсчета (будем проецировать на неё наше векторное уравнение). Теперь запишем 2-ой закон Ньютона:  $\vec{F}_{упр} + m\vec{g} = m\vec{a}$ . В проекции на ось X:  $F_{упр} - mg = ma$ . Согласно (5)  $F_{упр} = k \Delta x$ , где  $\Delta x = 6 - 5 = 1$  см = 0,01 м – удлинение пружины (не надо забывать про СИ). Подставив выражение для силы упругости во 2-ой закон Ньютона, найдем коэффициент упругости:

$$k = \frac{ma + mg}{\Delta x} = \frac{0,2(2 + 10)}{0,01} = 240 \text{ Н/м} .$$

Опять же массу надо перевести в килограммы,

ускорение свободного падения мы будем брать всегда равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

Как видишь, всё как и в кинематике – **сделал рисунок**, написал **основные законы, спроецировал их** при необходимости согласно рисунку на оси и **получил ответ** – что может быть проще!

#### Задача №4.

С большой высоты падают два одинаковых по размеру шарика. Один из них железный, другой – деревянный. Установившаяся скорость падения железного шарика равна  $500 \text{ км/ч}$ . Найти установившуюся скорость падения деревянного шарика, если его плотность в 16 раз меньше плотности железного, а сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна квадрату скорости.

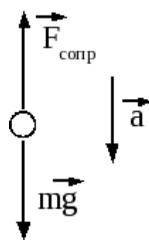
#### Решение.

Достаточно редкая школьная задача, в которой идет речь о силе сопротивления воздуха, но именно эта сила приводит к тому, что различные предметы падают с различными ускорениями и соответственно скоростями (еще раз отмечу, что в большинстве задач этой силой ты будешь пренебрегать). По условию сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости. Математически это можно (и нужно!) записать так:  $F_{\text{сопр}} = \alpha v^2$ , где  $\alpha$  – некоторая постоянная, зависящая от формы тела и среды, в которой это тело движется. В нашем случае среда для шариков одинаковая (воздух), а сами шарики одинаковые по размеру. Значит, эта постоянная также одинаковая. Но, что дает разная плотность? Мы еще не встречались с этой физической величиной, но из школы ты должен помнить её определение:  $\rho = \frac{m}{V}$ , где  $m$  – масса тела,  $V$  – его объем. На самом деле это определение так называемой средней плотности (сравни с определением, например, средней скорости), но нас оно пока абсолютно устраивает (подробнее о плотности будем говорить в "молекулярно-кинетической теории"). Следовательно, масса железного шарика в 16 раз больше массы деревянного (объемы у них одинаковые).

При падении на шарики действуют сила тяжести и сила сопротивления (рисунок сделан для одного шарика). Пока скорости небольшие сила сопротивления – небольшая, и шарики падают с ускорением, то есть их скорости растут. Но по мере увеличения скоростей растет и сила сопротивления. В конце концов наступит момент, когда сила сопротивления станет равна (по модулю) силе тяжести и шарики начнут падать равномерно (с установившимися скоростями):  $F_{\text{сопр}} = mg$ , то есть:  $\alpha v_1^2 = \rho_1 V g$  – для железного шарика

и  $\alpha v_2^2 = \rho_2 V g$  – для деревянного. Следовательно,  $\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{16}$  (я опять, как в

задаче №2, поделил одно уравнение на другое). И в итоге:  $v_2 = \frac{v_1}{4} = 125 \text{ км/ч}$ .



**Задача №5.**

Какую массу покажут весы, расположенные горизонтально в лифте, если лифт поднимается (опускается) с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ , а на весах лежит колбаса массой  $400 \text{ г}$ ?

**Решение.**

Итак, весы показывают вес! – не забыл? То есть нам надо вначале определить вес колбасы. Рассмотрим первую ситуацию (лифт поднимается с ускорением). Опорой у нас будут весы, которые вместе с лифтом также поднимаются вверх. На тело (колбасу) действуют сила тяжести и сила реакции опоры. 2-ой закон Ньютона выглядит так:  $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$ .

В проекции на ось X:  $N - mg = ma$ , следовательно

$N = ma + mg = 0,4(1 + 10) = 4,4 \text{ Н}$ . А значит, и вес  $P = N = 4,4 \text{ Н}$ . Но шкала на весах отградуирована в килограммах (или граммах)! Что же они покажут?

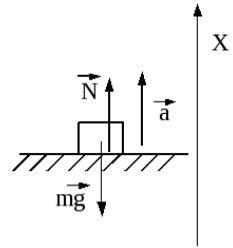
Рассмотрим ситуацию, когда весы находятся на горизонтальной поверхности в покое. Из 2-го закона Ньютона следует, что  $N = mg$  (так как ускорение равно нулю). То есть, вес бы равнялся  $4 \text{ Н}$ , а мы бы на весах (будем считать их точными) видели бы показание, равное  $400 \text{ г}$  ( $0,4 \text{ кг}$ ). Иными словами, чтобы от веса в Ньютонах перейти к массе в килограммах, надо просто вес поделить на ускорение свободного падения. Значит в нашем случае весы покажут  $0,44 \text{ кг}$  или  $440 \text{ г}$ .

Если лифт опускается, то ускорение направлено вниз. Тогда векторный закон не меняется, а вот в проекции получается несколько другое выражение:  $N - mg = -ma$ . Это приводит к ответу  $P = 3,6 \text{ Н}$ , следовательно, весы покажут  $360 \text{ г}$ .

Это очень простая задача, но в ней есть один момент, который ты, возможно, и не заметил. С чем мы связали систему отсчета? Мы рассматривали тело, лежащее на весах и при этом вместе с весами и лифтом движущееся вверх с ускорением **относительно Земли!** А если бы мы стали рассматривать тело относительно лифта? Тогда оно покоится. Но ведь силы те же: сила тяжести и сила реакции опоры! Что получается? –  $N = mg$ ! Причем, независимо от движения лифта. Конечно, нет. Дело в том, что Земля – это инерциальная система отсчета (посмотри ещё раз про **1-ый закон Ньютона**), а лифт, так как он движется ускоренно относительно Земли – уже неинерциальная система. Я уже говорил, что решать задачи в неинерциальных системах можно (и добавлю, что некоторые задачи решаются в них намного быстрее и проще), но это отдельная тема, которую мы в этой разработке касаться не будем. В неинерциальных системах на тела действуют дополнительные силы, называемые силами инерции. Их то мы и не учитывали при решении задачи относительно лифта и, естественно, получили неправильный ответ. Так что, решай пока задачи относительно Земли! – и будет все нормально и верно.

**Задача №6.**

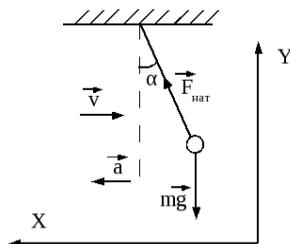
К потолку вагона трамвая, двигавшегося со скоростью  $28,8 \text{ км/ч}$  по горизонтальным рельсам, подвешено на нити небольшое тело. При резком торможении с



постоянным ускорением нить отклонилась от вертикали на угол  $22^\circ$ . Какой путь прошел трамвай до остановки?

### Решение.

Рисунок. Весь трамвай нам не нужен (мы ведь не знаем какие силы на него действуют), но нас интересует тело на нити. Пусть трамвай едет вправо. Тогда нить при торможении отклонится также вправо, а ускорение будет направлено против скорости – влево. На тело действуют две силы: тяжести (вертикально вниз) и натяжения нити (вдоль нити к точке подвеса). По 2-му закону Ньютона:  $\vec{F}_{нат} + m\vec{g} = m\vec{a}$ . В отличие от предыдущих задач вектора не направлены вдоль одной прямой, поэтому нам понадобятся две оси, в проекции на которые получаем:



$$\begin{cases} F_{нат} \sin \alpha = ma \\ F_{нат} \cos \alpha - mg = 0 \end{cases}$$
. В двух уравнениях три неизвестные величины! Не пугайся,

очень часто такие уравнения решаются, но не до конца. То есть что-то мы можем найти, а что-то нет. Например, в механике ускорение тела зачастую не зависит от его массы, поэтому, несмотря на то, что масса входит в основные уравнения механики, она может при решении сократиться. Так произойдет и в этой задаче. Перенесем ( $mg$ ) в правую часть уравнения и поделим верхнее уравнение на нижнее. Тогда слева еще сократится и сила натяжения:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$ . Отсюда  $a = g \times \operatorname{tg} \alpha \approx 4 \text{ м/с}^2$  – ускорение тела, значит и трамвая.

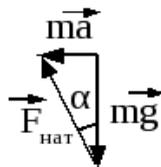
Теперь осталось написать кинематические формулы для движения трамвая (формулы (6) и (7) из "Кинематики") с учетом того, что трамвай остановился:

$$0 = v_0 - at, \quad S = v_0 t - \frac{at^2}{2},$$

из первой выразить время и подставить его во вторую:

$$t = \frac{v_0}{a} \Rightarrow S = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{8^2}{2 \times 4} = 8 \text{ м (не забудь перевести скорость из км/ч в м/с!)}$$

У этой задачи есть ещё одно очень красивое решение. Посмотри на 2-ой закон Ньютона в векторном виде. Два вектора в сумме дают третий. То есть все три вектора образуют треугольник, причем, так как вектор  $m\vec{g}$  – вертикален, а вектор  $m\vec{a}$  – горизонтален (трамвай движется горизонтально), то треугольник прямоугольный. Тогда из соотношений между сторонами в прямоугольном треугольнике можно сразу получить, что  $ma = mg \times \operatorname{tg} \alpha$ , и найти ускорение. При необходимости по теореме Пифагора можно отыскать и силу натяжения нити (её, конечно, легко можно найти и при первом решении), только для этого необходима масса тела. Решение красивое, но работает в основном в простых задачах. Если сил больше двух, всё-таки предпочтительнее проецировать их на оси.



**Задача №7.**

Санки с грузом общей массой 40 кг начинают разгонять по горизонтальной дороге, действуя силой 100 Н, направленной вверх под углом  $30^\circ$  к горизонту. Найдите коэффициент трения между полозьями санок и дорогой, если через 5 секунд скорость санок стала равна 2,5 м/с.

**Решение.**

Покажем на рисунке действующие на санки силы и ускорение. Пусть сила  $F = 100$  Н направлена вправо. Тогда и ускорение и скорость санок также будут вправо. Следовательно сила трения – влево (против скорости). 2-ой закон Ньютона выглядит следующим образом:  $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a}$ . Все действующие на санки силы – неизменны, значит и ускорение будет постоянным. Записав кинематическое уравнение для скорости при равноускоренном движении  $v = at$ , можно найти ускорение санок:

$a = \frac{v}{t} = \frac{2,5}{5} = 0,5 \text{ м/с}^2$  (начальная скорость равна нулю – начинают разгонять).

В проекции на оси 2-ой закон Ньютона выглядит в этой задаче следующим образом: 
$$\begin{cases} F \cos \alpha - F_{mp} = ma & \text{на ось } X \\ F \sin \alpha + N - mg = 0 & \text{на ось } Y \end{cases}$$
 Так как сила трения достигла своего

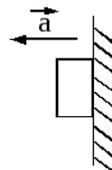
максимального значения (санки ведь уже скользят), то согласно (6):  $F_{mp} = \mu N$ . Мы получили систему из трех уравнений с тремя неизвестными ( $F_{mp}$ ,  $N$ ,  $\mu$ ). Вообще, дальнейшее решение – это проблема твоей математики! Но обычно делают следующее: из проекции на ось  $Y$  выражают силу реакции опоры  $N = mg - F \sin \alpha$ , подставляют её в выражение для силы трения, а саму силу трения в уравнение проекции на ось  $X$ :  $F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = ma$ . Из этого выражения можно найти

искомую величину (в нашем случае коэффициент трения)  $\mu = \frac{F \cos \alpha - ma}{mg - F \sin \alpha} = 0,19$ . (А можно было из проекции на ось  $X$  выразить  $F_{mp}$ , а из проекции на ось  $Y$  –  $N$  и подставить их в формулу (6) – короче, сам смотри.)

Кстати, заметил чему равна сила реакции опоры? Ещё одна очень распространенная **ошибка**: сразу записывать, что сила реакции опоры равна силе тяжести! Как видишь, это далеко не всегда так (если не сказать более жестко – в реальной жизни это почти всегда не так). Чтобы не допускать ошибки подобного рода, надо не запоминать всякие **выражения для частных случаев**, а писать **2-ой закон Ньютона**.

**Задача №8.**

С каким горизонтальным ускорением необходимо перемещать вертикальную поверхность с бруском, чтобы брусок не скользил по поверхности? Коэффициент трения между бруском и поверхностью 0,5.



**Решение.**

Итак, брусок должен двигаться с горизонтальным ускорением. А какая сила вызывает это ускорение? Сила тяжести вертикальна, сила трения – вдоль поверхности – тоже вертикальна. Наша сила приложена к поверхности (будь аккуратней – мы на брусок не действуем!) Но на брусок должна действовать еще одна сила со стороны поверхности – сила реакции опоры. Причем, направлена эта сила перпендикулярно поверхности, то есть как раз горизонтально.

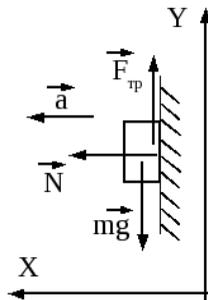
Сделаем окончательный рисунок, включающий все силы, ускорение и оси. По 2-му закону Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}. \quad \text{В проекциях: } \begin{cases} N = ma & \text{ось } X \\ F_{тр} - mg = 0 & \text{ось } Y \end{cases}$$

Пока уравнений явно мало. Но можно ли записать соотношение для силы трения (6)? С одной стороны – нет, брусок по поверхности **не скользит**, и сила трения может быть и меньше, чем  $\mu N$ . В таких случаях рассматривают некоторое **критическое состояние**: пусть ускорение будет таким, что при незначительном его уменьшении (можно сказать бесконечно малом уменьшении) брусок начнет скользить. Следовательно,

сила трения в **этом состоянии** максимальна! То есть мы имеем полное право для **этого состояния** записать,  $F_{тр} = \mu N$ . Подставим сюда выражения для  $F_{тр}$  и  $N$  из

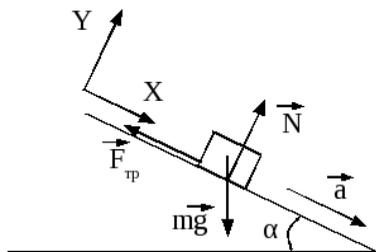
проекций на оси и получим ускорение:  $a = \frac{g}{\mu} = 20 \text{ м/с}^2$ . Осталось дать окончательный ответ. Не забывай, мы рассмотрели **критическое состояние**. Поэтому, ответ должен быть таким: поверхность надо перемещать с ускорением  $a \geq 20 \text{ м/с}^2$ ! Почему больше, а не меньше – ответ на этот вопрос попробуй дать сам (проанализируй все уравнения: что произойдет если ускорение уменьшать или увеличивать?).

**Задача №9.**

Небольшое тело осторожно положили на наклонную плоскость, составляющую угол  $30^\circ$  с горизонтом, и отпустили. Какое расстояние пройдет тело за 3 секунды, если коэффициент трения между ним и поверхностью 0,2?

**Решение.**

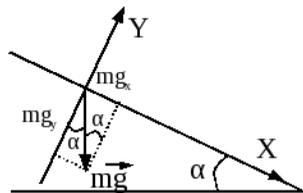
Посмотри внимательно на рисунок, на то, как направлены силы. Очень часто ошибки возникают именно на этом этапе решения. Еще раз напоминаю: сила тяжести всегда вниз (к центру Земли), сила реакции опоры – перпендикулярно опоре, сила трения – вдоль поверхности, против скорости. И никакой силы скольжения, направленной вниз нет! Сколько человек мне её рисовали и не сосчитать. Никто и ничто кроме Земли не толкает тело вниз! Движение вниз вызывается силой тяжести, а силы трения и реакции опоры препятствуют этому.



Насчет системы отсчета. Я уже не раз говорил, что оси можно направлять как тебе вздумается. Например, ничего плохого не будет, если в этой задаче ось  $X$  направить горизонтально (ось  $Y$ , естественно, перпендикулярно оси  $X$  – вертикально). Правда, тогда ускорение будет иметь проекцию и на ось  $X$  и на ось  $Y$ . Это усложнит нахождение ускорения. Поэтому, математически намного легче будет решать задачу, если ось  $X$  направить по ускорению!, то есть в нашей задаче вдоль поверхности. Тогда проекции ускорения на ось  $Y$  не будет.

2-ой закон Ньютона получается следующим:  $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a}$ . В проекции на оси:  $\begin{cases} mg \sin \alpha - F_{mp} = ma & \text{ось } X \\ N - mg \cos \alpha = 0 & \text{ось } Y \end{cases}$ . Если у тебя возникают проблемы с получением проекций, делай отдельный рисунок для каждой силы.

Посмотри, я нарисовал поверхность, горизонт, оси и только силу тяжести (даже без тела), причем силу нарисовал из начала координат – так удобней. Между плоскостью и горизонтом угол  $\alpha$ , можно доказать что, этот же угол будет между силой тяжести и осью  $Y$ . Попробуй сам, в крайнем случае спроси у своего математика. Но обязательно **разберись с этим** (а не просто запомни!), иначе в другой задаче ты не сможешь правильно найти проекции, и, соответственно, получишь неправильный ответ.



Тело скользит, значит:  $F_{mp} = \mu N$ . Опять получили три уравнения, но теперь в них четыре неизвестные величины. Ничего страшного, мы уже с этим встречались – при решении масса тела сократится. Действительно, из проекции на ось  $Y$ :  $N = mg \cos \alpha$ , следовательно,  $F_{mp} = \mu mg \cos \alpha$  и после подстановки в уравнение проекции на ось  $X$  и сокращения на массу сразу получаем ускорение:  $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \approx 3,27 \text{ м/с}^2$ .

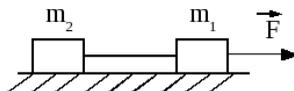
Осталось написать кинематическое уравнение для перемещения:  $S = \frac{at^2}{2} = 14,7 \text{ м}$  (начальная скорость равна нулю – смотри условие).

\*\*\*\*\*

Во всех предыдущих задачах речь шла о движении одного тела. А как быть, если тел несколько? Всё точно также. Надо нарисовать **силы на каждое тело, ускорения тел** и записать **2-ой закон Ньютона для каждого тела** в отдельности. Просто получится несколько больше уравнений. Есть ещё вариант: объединить все тела в одну систему и рассматривать силы, действующие на всю систему. Но сразу хочу сказать, что второй вариант требует более глубокого понимания физики и пока мы та кделать не будем.

### Задача №10.

На гладкой горизонтальной поверхности лежат два тела массами  $m_1 = 3 \text{ кг}$  и  $m_2 = 2 \text{ кг}$ , связанные невесомой и нерастяжимой нитью. С каким ускорением бу-

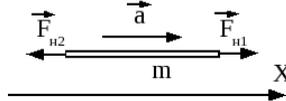


дут двигаться тела, если на более тяжелое подействовать горизонтальной силой  $F = 10$  Н, так как показано на рисунке? Найти также силу натяжения нити.

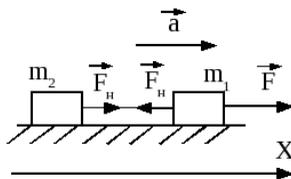
### Решение.

Давай по порядку. Первое, поверхность по условию гладкая – значит, силы трения нет. Второе, ускорения тел одинаковые или нет? Ответ зависит от многих факторов, но чтобы не ошибиться в любой (особенно сложной задаче) делай так: мысленно передвинь одно тело (в этой задаче то, на которое действует наша сила) на некоторое расстояние и посмотри, на какое расстояние за это время передвинется второе тело. Если нить **нерастяжимая** (а по условию так оно и есть, и так оно и будет всегда, если это особо не оговорено – обычно, если хотят сделать связь растяжимой, то говорят не о нити, а о пружине или какой-нибудь резинке и т.п.), то, как легко заметить, на сколько смещается первое тело, на столько же смещается и второе, то есть у них всегда одинаковые скорости, а, значит, и ускорения.

И третье. Зачем в условии задачи дали, что нить невесомая. Предположим, что у нити есть масса  $m$ . Нить такой же участник движения, так что мы можем написать 2-ой закон Ньютона для неё. Мы уже встречались с нитью и знаем, что с её стороны на тело  $m_1$  действует сила натяжения, направленная влево (от тела). Тогда по 3-му закону Ньютона тело действует на нить с такой же силой, но направленной вправо. Обозначим эту силу пока за  $F_{н1}$ . Точно также, второе тело действует на нить с некоторой силой  $F_{н2}$ , направленной влево (так как сама нить тянет это тело вправо). Конечно, на нить еще действует сила тяжести, которая слегка изменит направление сил  $F_{н1}$  и  $F_{н2}$ , но давай для простоты ей пренебрежем (**не массой нити, а силой тяжести!**) и будем считать, что силы натяжения горизонтальны. Тогда 2-ой закон Ньютона для нити в проекции на горизонтальную ось даёт:  $F_{н1} - F_{н2} = ma$ . Какой вывод можно отсюда сделать? Если нить имеет массу, то она действует на тела с различными силами. Но если нить **невесомая** (что опять же будет у тебя почти всегда), то есть масса равна нулю, то силы одинаковые (по модулю)!



Делаем окончательный рисунок. Я сразу показал одно ускорение и одинаковые силы натяжения (это не совсем корректно, так как равны они только по модулю, но не по направлению – об этом забывать не следует). Кстати, на рисунке нет вертикальных сил – они в этой задаче не нужны – только ты мне не верь! Нарисуй их и сам убедись, что 2-ой закон Ньютона в проекции на вертикальную ось даст несущественные для этой задачи уравнения (так получилось потому, что нет силы трения, иначе пришлось бы эти силы рассматривать). Дальше записываем 2-ой закон Ньютона для каждого тела в отдельности (я сразу напишу в проекциях на ось X):



$$\begin{cases} F - F_n = m_1 a & \text{для тела } m_1 \\ F_n = m_2 a & \text{для тела } m_2 \end{cases}$$
 – два уравнения с двумя неизвестными. Подставляем из второго уравнения силу натяжения в первое и

выражаем ускорение тел:  $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 2 \text{ м/с}^2$ , после чего находим (например, из второго уравнения) силу натяжения:  $F_n = 4 \text{ Н}$ .

Как видишь, всё также как и в задачах, где движется только одно тело.

### Задача №11.

Две гири связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок, расположены так, что более тяжелая, с массой 2 кг, находится выше другой на расстоянии 100 см. Через 1 секунду после начала движения гири стали на одной высоте. Найти массу второй гири.

### Решение.

На рисунке я сразу покажу одинаковые силы натяжения (по этому поводу см. предыдущую задачу). Здесь, правда, есть ещё одна особенность, но я не смогу её объяснить потому, что в школе не изучается **динамика вращательного движения** (не динамика движения по окружности – это мы будем рассматривать, а именно вращательного движения). Поэтому тебе просто придется мне поверить – если бы в этой задаче **блок имел массу**, то (как и в случае с массой нити) силы натяжения, действующие на тела, были бы разные. Но у нас по условию **блок невесомый!** Кстати, по поводу блоков. В реальных блоках зачастую присутствует сила трения, причем, достаточно ощутимая. Мы этой силой будем пренебрегать. Невесомые блоки без силы трения иногда называют **идеальными**.

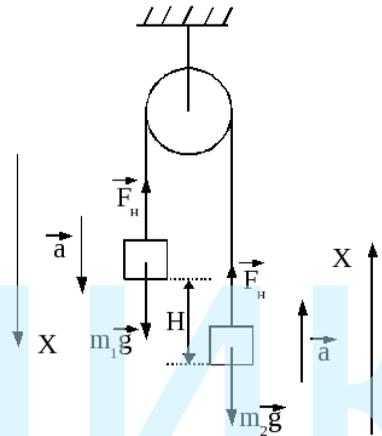
Ускорения тел равны по модулю (нить нерастяжимая), но направлены в разные стороны. Так как мы можем **рассматривать тела по отдельности**, то и оси я направлю для каждого тела свои (в данном случае достаточно по одной вертикальной оси, так как все силы и ускорения вертикальны). Запишем 2-ой закон Ньютона

для каждого тела в проекции на эти оси: 
$$\begin{cases} m_1 g - F_n = m_1 a \\ F_n - m_2 g = m_2 a \end{cases}$$
 И всё – физика практически закончилась, началась математика!

Давай сложим эти уравнения, чтобы избавиться от абсолютно ненужной нам силы натяжения:  $m_1 g - m_2 g = m_1 a + m_2 a$  (\*). Кроме этого, мы знаем, что каждое тело, двигаясь 1 секунду из состояния покоя, прошло путь  $S = H/2$  (аккуратней, именно такой путь – подумай почему). При этом, так как движение равноускоренное, то  $S = \frac{at^2}{2}$ . Отсюда находим ускорение

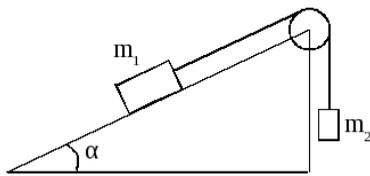
$$a = \frac{H}{t^2} = 1 \text{ м/с}^2 \text{ и, затем, из (*) массу второго тела: } m_2 = m_1 \frac{g-a}{g+a} \approx 1,64 \text{ кг}.$$

В общем, ничего сложного.



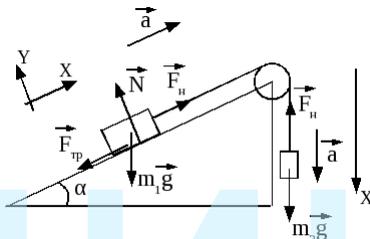
### Задача №12.

Груз массой 2 кг расположен на наклонной поверхности с углом наклона  $45^\circ$  к горизонту и связан невесомой и нерастяжимой нитью перекинутой через невесомый блок с вертикально висащим грузом массой 1,4 кг. Коэффициент трения первого груза о плоскость 0,2. Определить ускорение грузов и силу натяжения нити.



### Решение.

Всё как и в предыдущих задачах – силы, ускорения и 2-ой закон для каждого тела. Только в этой задаче есть одна заминка – куда движутся грузы? Предположим, что первый поднимается, а второй опускается. Нарисуем действующие на грузы силы, ускорения грузов (одинаковые) и оси. Для первого груза необходимы две оси, для второго будет достаточно одной. Со вторым телом попроще, 2-ой закон Ньютона в проекции на ось X:  $m_2 g - F_n = m_2 a$ . Для первого груза:  $\vec{F}_n + m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = m_1 \vec{a}$ , что в проекциях на оси дает: 
$$\begin{cases} F_n - m_1 g \sin \alpha - F_{mp} = m_1 a \\ N - m_1 g \cos \alpha = 0 \end{cases}$$
. Кроме



того,  $F_{mp} = \mu N$ . Решение полученной системы из четырех уравнений ничем не отличается от решения в предыдущих задачах – вырази  $N$  из проекции на ось Y, подставь  $N$  в выражение для силы трения, а саму силу трения в уравнение проекции на ось X для первого тела:  $F_n - m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha = m_1 a$ . Сложив полученное уравнение с уравнением для второго тела, найдем ускорение: 
$$a = \frac{m_2 - m_1 \sin \alpha - \mu m_1 \cos \alpha}{m_1 + m_2} g$$
. От-

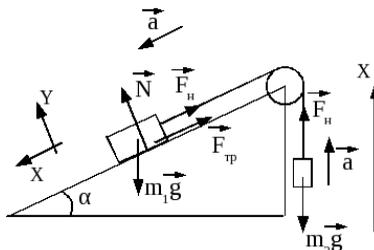
вет практически готов, но... Давай подставим численные значения. Получается, что  $a \approx -0,087 \text{ м/с}^2$ ! А что означает знак "минус"? То, что ускорение направлено в другую сторону, как это не раз было в "кинематике", или нет? Пока мы можем утверждать только то, что так как мы нарисовали тела не движутся.

Давай себя проверим. Предположим, что первый груз опускается. Значит ускорения направлены в другую сторону. Но еще изменилось направление **одной силы** (только одной, а не всех сил!) – силы трения. Теперь 2-ой закон Ньютона для второго тела выглядит так:  $F_n - m_2 g = m_2 a$ , а

для первого так: 
$$\begin{cases} m_1 g \sin \alpha - F_n - F_{mp} = m_1 a \\ N - m_1 g \cos \alpha = 0 \end{cases}$$
.

Решение этих уравнений приводит к ответу: 
$$a = \frac{m_1 \sin \alpha - m_2 - \mu m_1 \cos \alpha}{m_1 + m_2} g \approx -0,079 \text{ м/с}^2$$
! Как

видишь, получили **другое значение** и, кстати, опять со знаком "минус".



То что мы получили другое значение означает, что в при решении задач в "динамике" надо быть очень аккуратным со знаками – нельзя просто менять знак и утверждать, что тело движется в другую сторону. А то, что в этой задаче мы снова получили знак "минус" означает, что тела и в эту сторону не двигаются, то есть они, получается, покоятся! Следовательно, ответ будет таким: ускорение равно нулю, а сила натяжения  $F_{\text{н}} = m_2 g = 14 \text{ Н}$  (это следует из уравнения для второго тела).

### Задача №13.

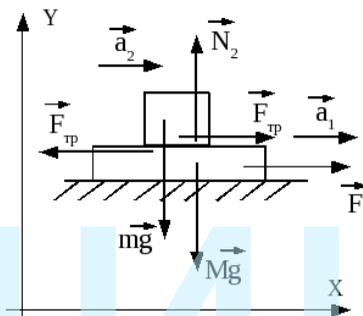
На гладком горизонтальном столе лежит доска массы  $M$ , а на ней груз массы  $m$ . Какую горизонтальную силу нужно приложить к доске, чтобы она начала выскользывать из под груза, если коэффициент трения между доской и грузом  $\mu$ ?

### Решение.

Покажем на рисунке силы. Понятно, что есть горизонтальная сила  $F$ , действующая на доску, которую и надо найти. Но что ещё? Подумай над вопросом: а какая сила заставляет двигаться груз? Очень распространённый ответ: то же  $F$ , – естественно, абсолютно не верен! Подумай, что было бы, если бы **не было силы трения** между доской и грузом? Наверное, доска просто выскользнула бы из под груза, а тот остался бы на месте (вернее упал бы вертикально вниз).

Конечно же, груз движется под действием **силы трения**. Кстати, очень полезная сила! (Посмотри вокруг себя и представь – что было бы, если бы не было этой силы.) Доска этой силой как бы "тянет" груз за собой. Поэтому, нарисуем **приложенную к грузу** в сторону движения доски с грузом силу трения  $F_{\text{тр}}$ . Но здесь есть ещё один тонкий момент. Что утверждает 3-й закон Ньютона, помнишь? Если одно тело действует на другое с некоторой силой (в частности, доска на груз с силой трения), то и другое тело действует на первое с такой же по модулю, но противоположно направленной силой – то есть на доску действует ещё одна сила – сила трения со стороны груза! Я на рисунке подписал эту силу так же, как и силу трения на груз (опять это не совсем корректно – ситуация такая же как с силами натяжения в предыдущих задачах).

Кроме горизонтальных сил на тела действуют и вертикальные. С грузом всё ясно – сила тяжести и сила реакции опоры (доски) –  $N_2$ . А вот с доской могут возникнуть проблемы. Правда, в этой задаче вертикальные силы на доску нам не понадобятся, и я не буду их рисовать, дабы не загромождать рисунок, но я про них скажу (вдруг тебе они будут нужны в другой, похожей на эту, задаче). Естественно, это сила тяжести и реакции опоры со стороны стола. Но очень часто здесь также забывают про ещё одну силу. По 3-му закону Ньютона: если доска действует на груз с силой  $N_2$ , то и груз должен действовать на доску с той же по модулю силой. Мы уже говорили про такую силу (обычно её называют весом) –  $P$ . Она действует на доску в этой задаче вертикально вниз. Не забывай 3-й закон Ньютона!



Покажем ускорения:  $a_1$  для доски и  $a_2$  для груза (относительно Земли). Условие того, что доска начнет выскальзывать из под груза:  $v_2 > v_1$ , где  $v_2$  – скорость доски,  $v_1$  – груза. Так как начальные скорости тел равны нулю, то  $v = at$ , то есть условие для скоростей превращается в условие для ускорений:  $a_2 > a_1$ .

Осталось записать 2-ой закон Ньютона для груза в проекции на оси X и Y, а также для доски в проекции на ось X (можешь написать и на Y и сам убедиться, что он не понадобится): 
$$\begin{cases} F_{mp} = ma_2 \\ N_2 - mg = 0 \end{cases}$$
 – для груза,  $F - F_{mp} = Ma_1$  – для доски. Если началось проскальзывание, то сила трения достигла своего максимума:  $F_{mp} = \mu N_2$ . Решая полученные уравнения можно выразить ускорения  $a_1 = \frac{F - \mu mg}{M}$  и  $a_2 = \mu g$ , после чего используя условие для выскальзывания получить ответ:  $F > \mu(m + M)g$ .

\*\*\*\*\*

Слегка усложним задачи? Шучу!

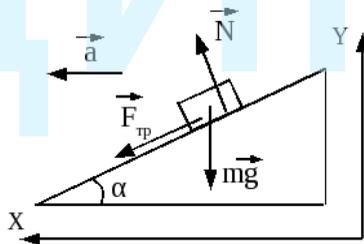
#### Задача №14.

На поверхности клина расположен небольшой груз. При каком минимальном горизонтальном ускорении клина груз начнет подниматься по поверхности вверх, если коэффициент трения между грузом и клином  $\mu$ ? Угол, который составляет поверхность клина с горизонтом равен  $\alpha$ .

#### Решение.

Груз должен двигаться вверх по поверхности. Значит действующая со стороны поверхности сила трения направлена вниз. Кроме неё конечно же есть сила тяжести и реакции опоры – см. рисунок. А куда направлено ускорение груза? Во-первых, как и в задаче №8, предположим, что груз по поверхности ещё не движется, но при бесконечно малом увеличении ускорения начнет это движение, то есть сила трения уже достигла своего максимума  $F_{mp} = \mu N$ .

А во-вторых, не забывай – задачи очень желательно решать в инерциальных системах. Клин движется ускоренно, поэтому он не является такой системой – говорить, что груз покоится нельзя. Груз движется вместе с клином с **горизонтальным ускорением!** А раз так, то ось X направим горизонтально – по ускорению груза (в принципе, если ось направить вдоль поверхности, как сразу могло захотеться, то это не сильно скажется на решении, но, на мой взгляд всё же немного его усложнит).



2-ой закон Ньютона для груза в проекциях: 
$$\begin{cases} F_{mp} \cos \alpha + N \sin \alpha = ma \\ N \cos \alpha - F_{mp} \sin \alpha - mg = 0 \end{cases}$$
 . И

всё!? Может я поторопился, сказав "усложним задачи"? Осталось подставить выра-

жение для силы трения, перенести силу тяжести в правую часть второго уравнения и поделить верхнее уравнение на нижнее (сделай это сам). Неизвестные сила реакции опоры  $N$  и масса  $m$  сократятся при этом, и мы получим ответ для минимального ускорения (ускорения, при незначительном увеличении которого начнется движение груза по поверхности):  $a = \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \times g = \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \times g$  (окончательное выражение получилось почленным делением и числителя и знаменателя на  $(\cos \alpha)$ ).

Тебя ничего не смущает в полученном ответе? В **задаче №12** были даны численные значения и при их подстановки обнаружили любопытные детали. Здесь численных данных нет. В таком случае надо быть очень аккуратным. Я уже говорил – ответ полезно проанализировать. Посмотри на знаменатель. Что будет, если он отрицателен? Ускорение будет направлено в другую сторону? Но этого не может быть! Разве будет груз подниматься при движении клина вправо? А что если знаменатель обращается в нуль (то есть, если  $\mu \operatorname{tg} \alpha = 1$ )?

Подобные вопросы надо всегда задавать себе, когда ты получаешь ответ в общем виде. В нашей задаче надо сделать к полученному ответу одно дополнение: ответ верен при условии, что  $\mu \operatorname{tg} \alpha < 1$ . Если это не так (т.е. при большом угле  $\alpha$  или большом коэффициенте трения  $\mu$ ), то груз не будет подниматься ни при каком ускорении!

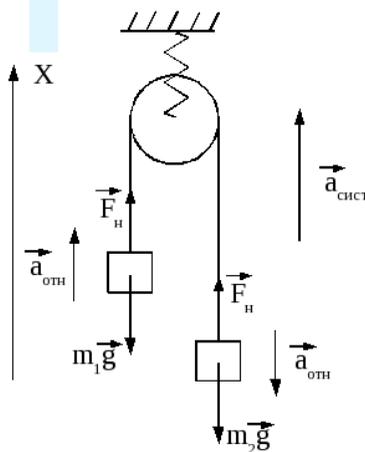
### Задача №15.

К потолку кабины лифта прикреплен динамометр. К динамометру подвешен блок, через который перекинута нить. К концам нити прикреплены грузы массами 200 г и 300 г. Определить показания динамометра, если лифт поднимается с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$  вверх. Нить и блок считать невесомыми.

### Решение.

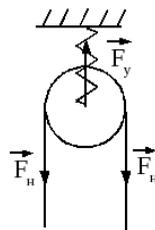
Напомню, динамометр – это устройство, показывающее приложенную к нему силу (что-то типа пружинки со шкалой). Сделаем рисунок. Он прост, мы уже делали похожий в **задаче №11**. На тела действуют соответствующие силы тяжести и силы натяжения нити  $F_n$  (одинаковые по модулю). Но у тебя должны возникнуть два вопроса: где здесь сила, которую надо найти, и чему равны ускорения тел?

Для ответа на второй вопрос давай перейдем в систему отсчета, связанную с лифтом. В этой системе движение тел полностью совпадает с движением в **задаче №11** – первое поднимается с ускорением  $\vec{a}_{\text{отн}}$ , второе – с тем же по модулю ускорением опускается. Но лифт – система неинерциальная, он сам движется с некоторым ускорением  $\vec{a}_{\text{сист}}$  (по



условию  $a_{\text{сис}т} = 2 \text{ м/с}^2$ ). Тогда относительно Земли (а это уже инерциальная система) тела будут иметь так называемые абсолютные ускорения, которые можно найти по закону  $\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{сис}т}$ . Сравни этот закон с законами (9) и (10) из "Кинематики". Правда, в отличие от них этот закон для ускорений не называется преобразованием Галилея. Да к тому же он не так прост – в таком виде он верен лишь при поступательных движениях. Если, например, неинерциальная система вращается, то в ней могут возникнуть дополнительные ускорения и связь усложняется. В таких случаях решение лучше проводить в неинерциальной системе. Мы не будем пока рассматривать такие задачи. Я не буду выделять это уравнение как основной закон!

Для ответа на первый вопрос сделаем дополнительный рисунок – рассмотрим силы, действующие на блок. Нить тянет блок с двух сторон – две силы натяжения  $F_n$ . К тому же на блок действует пружина динамометра (сила упругости  $F_{\text{упр}}$ ). Так как блок невесом, то по 2-му закону Ньютона:  $F_{\text{упр}} = 2F_n$ . По 3-му закону: блок действует на динамометр также с силой  $F_{\text{упр}}$ ! Поэтому, наша первая задача – найти силу натяжения.



В отличие от задачи №11 я возьму одну ось для обоих тел (это не принципиально, мне просто так захотелось!) – движение-то вдоль одной линии. В векторном виде 2-ой закон Ньютона для каждого тела будет выглядеть следующим образом:  $\vec{F}_n + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{абс}}$  (см. первый рисунок), только надо подставить соответствующие массы. В проекции на ось X: 
$$\begin{cases} F_n - m_1 g = m_1(a_{\text{сис}т} + a_{\text{отн}}) \\ F_n - m_2 g = m_2(a_{\text{сис}т} - a_{\text{отн}}) \end{cases}$$

Получилось два уравнения с двумя неизвестными  $F_n$  и  $a_{\text{отн}}$ . Можно из одного выразить  $a_{\text{отн}}$  и подставить в другое, затем найти  $F_n$ . Но мы поступим по-другому (кстати, постарайся запомнить этот метод). Умножим первое уравнение на  $m_2$ , а второе на  $m_1$  и раскроем скобки:

$$\begin{cases} F_n m_2 - m_1 m_2 g = m_1 m_2 a_{\text{сис}т} + m_1 m_2 a_{\text{отн}} \\ F_n m_1 - m_2 m_1 g = m_2 m_1 a_{\text{сис}т} - m_2 m_1 a_{\text{отн}} \end{cases}$$

А теперь просто сложим полученные уравнения (неизвестное  $a_{\text{отн}}$  сократится) и выразим силу натяжения:

$$F_n = \frac{2m_1 m_2 (a_{\text{сис}т} + g)}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 0,2 \times 0,3 (2 + 10)}{0,2 + 0,3} = 2,88 \text{ Н}.$$

Следовательно, динамометр покажет значение  $P = F_{\text{упр}} = 2F_n = 5,76 \text{ Н}$ .

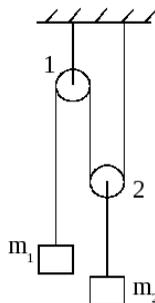
Впрочем, когда даны числовые значения, всегда есть возможность подставить их сразу и упростить решение.

### Задача №16.

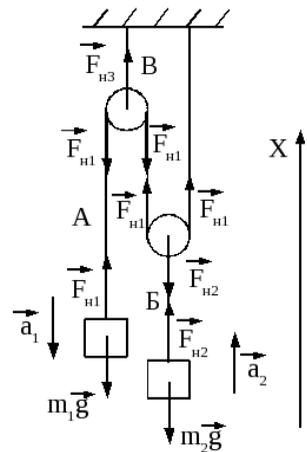
Найти ускорение грузов и силы натяжения нитей в системе, изображенной на рисунке. Нити невесомы и нерастяжимы, блоки невесомы.

### Решение.

Это одна из классических задач с подвижным блоком (на рисунке это блок 2). Подвижным он называется потому, что он не только вращается (что естественно для блока), но и движется по-



ступательно вместе с телом  $m_2$ . В отличие от него блок 1 только вращается, а поступательно не движется, поэтому называется неподвижным. Прежде всего разберемся с нитями. На рисунке их 3! Одна прикреплена к телу  $m_1$  (назовем её нить А), другая связывает блок 2 и тело  $m_2$  (Б), а третья удерживает блок 1 (В). Пусть на тело  $m_1$  действует сила натяжения нити  $F_{н1}$ , на тело  $m_2$  –  $F_{н2}$ , а на блок 1 –  $F_{н3}$ . Но первая нить проходит по блоку 1 и по блоку 2. Значит, она действует силами и на них. Причем, на каждый блок действуют со стороны этой нити по две силы (с двух сторон как в предыдущей задаче). Нить Б, кроме как на тело  $m_2$ , действует с силой  $F_{н2}$  ещё и на блок 2. Учитывая то, что блоки невесомые, запишем для них 2-ой закон Ньютона (в проекции на ось X):

$$\begin{cases} F_{н3} - 2F_{н1} = 0 & \text{блок 1} \\ 2F_{н1} - F_{н2} = 0 & \text{блок 2} \end{cases} \text{ . Следовательно, } F_{н3} = F_{н2} = 2F_{н1} \text{ .}$$


вательно,  $F_{н3} = F_{н2} = 2F_{н1}$ . Смотри, силы натяжения разные. В этом нет ничего удивительного – нити-то тоже разные!

Теперь разберемся с ускорениями. Предположим, что блок 2 (вместе с телом  $m_2$ ) поднялся на некоторую высоту  $h_2$ , при этом тело 1 опустилось на расстояние  $h_1$ . Что ты скажешь про связь этих перемещений? Если внимательно посмотреть на нить у блока 2 (см. рисунок), то можно сделать такой вывод: блок 2 высвободил нить длиной  $h_2$  слева от себя и справа, то есть всего  $2h_2$ . Так как нить нерастяжимая, то на такое же расстояние должен опуститься и блок 1, значит  $h_1 = 2h_2$ . Иными словами, за одно и то же время тело  $m_1$  проходит в два раза большее расстояние, чем тело  $m_2$ . Поэтому, его скорость всегда в два раза больше скорости тела  $m_2$ , а следовательно также можно сказать и про ускорения этих тел:  $a_1 = 2a_2$ .

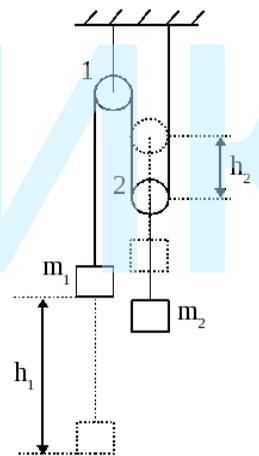
Кстати, мы встретились с одним правилом, смысл которого будет понятен тебе после изучения законов сохранения. Посмотри, на полученные связи:  $F_{н1} = \frac{1}{2}F_{н2}$  и

$h_1 = 2h_2$ . На тело 1 действует в два раза меньшая сила, чем на тело 2, но при этом тело 1 проходит в два раза большее расстояние. Сколько выиграли в силе – столько же проиграли в расстоянии! Это правило называют золотым правилом механики.

Осталось самое простое – записать 2-ой закон Ньютона для тел (см. предыдущий рисунок):

$$\begin{cases} F_{н1} - m_1g = -m_1a_1 \\ F_{н2} - m_2g = m_2a_2 \end{cases} \text{ .}$$

Учитывая полученные ранее связи между ускорениями и между силами натяжения, мы имеем систему из 4-х уравнений с 4-мя неизвестными, которая решается простым исключением переменных (или ещё как



нибудь), во общем, сам решишь! Ответ будет таким:  $a_2 = \frac{(2m_1 - m_2)g}{m_2 + 4m_1}$  (ну, а  $a_1$  в два раза больше),  $F_{н1} = \frac{3m_1 m_2 g}{m_2 + 4m_1}$  (также,  $F_{н2}$  и  $F_{н3}$  в два раза больше).

Посмотри на ответ для ускорений. Чтобы система двигалась так, как показано на рисунке (то есть ускорения положительны), нужно, чтобы выполнялось неравенство  $m_1 > \frac{m_2}{2}$ . Я хочу отметить тот факт, что при равенстве масс система покоится не будет! Для покоя необходимо, чтобы  $m_1$  была равна половине  $m_2$ . Если же  $m_1 < \frac{m_2}{2}$ , то тела будут двигаться в обратную сторону (тут никаких подвохов нет).

\*\*\*\*\*

Очень простая последняя задача. Я так часто говорю про невесомость нити, что напоследок захотелось показать задачу с нитью (цепочкой), имеющей массу.

### Задача №17.

Гайка массой 40 г висит на цепочке массой 90 г и длиной 30 см. Найти силу натяжения цепочки в точке, расположенной на расстоянии 20 см от точки подвеса.

### Решение.

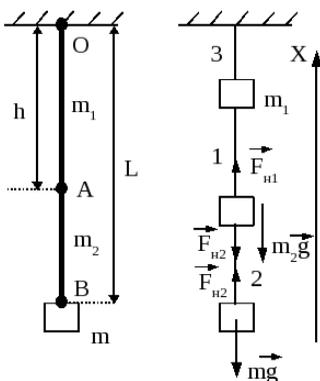
Задача действительно очень простая (хоть и расположена в самом конце). Я хочу, чтобы ты запомнил общий принцип решения подобных задач: если у тебя нить (в данном случае цепочка) имеет массу, то ты её рассматривай как ещё одно тело, участвующее в движении (мы начинали это делать в задаче №10). При необходимости эту нить можно разбить два, три и т.д. тел. Причём, полученные тела соединяй между собой и с другими телами уже **невесомыми** нитями.

Посмотри на левый рисунок. Пусть точка А – это и есть точка, в которой надо найти силу натяжения. Тогда всю систему я представляю как три тела:  $m_1$  – это кусочек нити ОА,  $m_2$  – это кусочек нити АВ и  $m$  – это гайка. При этом соединены все эти тела невесомыми нитями 1, 2 и 3 (впрочем, нить 3 нам не понадобится), а найти надо силу натяжения нити 1 (то есть, точку А мы как бы "растянули" в нить 1). Расставляем как всегда силы и записываем 2-ой закон Ньютона для гайки и кусочка АВ (если нужно, то записали бы и для ОА):

$$\begin{cases} F_{н2} - mg = 0 \\ F_{н1} - F_{н2} - m_2 g = 0 \end{cases} \text{ . Отсюда}$$

находим искомую силу:  $F_{н1} = (m + m_2)g$ .

Осталось определить  $m_2$ . Если вся цепочка длиной 30 см имеет массу 90 грамм, то какую массу имеет кусочек цепочки длиной 10 см? Конечно же, 30 грамм. Только учти, что так будет в случае с однородной цепочкой (нитью и т.п.). Однород-

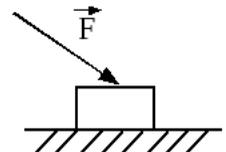


ная – это значит у неё одинаковая плотность. И хотя в условии задачи этого не сказано, но для цепочки это можно и так предположить.

Таким образом получается окончательный ответ  $F_A = F_{нл} = 0,7 \text{ Н}$ .

### Задачи для самостоятельного решения.

1. Найти силу натяжения невесомой веревки в следующих случаях: 1) человек равномерно поднимает на ней груз, прикладывая силу 100 Н; 2) веревка одним концом закреплена, а за второй конец её тянет человек с силой 100 Н; 3) два человека тянут её в противоположные стороны, прикладывая силу 100 Н каждый.
2. Во сколько раз сила тяжести, действующая на человека на поверхности Земли, больше силы тяжести, действующей на этого же человека, находящегося в невесомости на космическом корабле на высоте 637 км? Землю считать идеальным шаром с радиусом  $R = 6370 \text{ км}$ .
3. Чему равен коэффициент упругости пружины, если под действием груза массой 500 г она растянулась на 1 см?
4. С каким ускорением стартует ракета в космос, если космонавт испытывает 10-ти кратную перегрузку (перегрузка – это отношение веса космонавта к силе тяжести, действующей на него).
5. Тело массой 4 кг движется в плоскости XY так, что проекция его скорости на ось X меняется по закону:  $v_x = -5 + 3t$ , а проекция его перемещения на ось Y – по закону:  $S_y = 5t - 2t^2$ . Найдите результирующую силу, действующую на это тело.
6. На тело массы  $m = 2,8 \text{ кг}$ , находящееся на гладкой горизонтальной поверхности, действуют три горизонтальные силы. Сила  $F_1 = 30 \text{ Н}$  направлена на север, сила  $F_2 = 10 \text{ Н}$  направлена на запад,  $F_3 = 14 \text{ Н}$  – строго на юго-запад. Куда и с каким ускорением будет при этом двигаться тело.
7. Ящик массой 10 кг равномерно двигают по горизонтальной шероховатой поверхности, действуя горизонтальной силой 50 Н. На ящик сверху поставили точно такой же ящик. С какой новой силой надо толкать ящики, чтобы они начали двигаться с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ ?
8. Груз массой 60 кг разогнали по горизонтальной поверхности до скорости 3 м/с за 3 секунды, действуя некоторой силой  $\vec{F}$  под углом  $30^\circ$  к горизонту (см. рисунок). Чему равна эта сила, если коэффициент трения груза о плоскость 0,4.
9. Самолет при взлете равноускоренно разгоняется до скорости 200 км/ч на пути 1 км. Какую перегрузку при этом испытывают его пассажиры?
10. Модель ракеты массой 2 кг при вертикальном взлете в течение 4 секунд развивает силу тяги 30 Н. На какую высоту поднимется ракета и через какое время после старта она упадет обратно на землю? Изменением массы ракеты и силой сопротивления воздуха пренебречь.
11. На наклонной плоскости неподвижно лежит брусок. Коэффициент трения бруска о плоскость  $\mu = 0,4$ . При каких углах наклона плоскости к горизонту такое возможно?



12. Какую максимальную скорость может развить лыжник массой 70 кг, спускающийся по склону горы, образующему угол  $30^\circ$  с горизонтом, если коэффициент трения лыж о склон 0,2, а сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости  $F_{\text{сопр}} = \alpha v^2$ , где  $\alpha = 0,7 \text{ кг/м}^2$ ?

13. Склон ледяной горки составляет угол  $15^\circ$  с горизонтом. По склону вверх пускают шайбу, которая, поднявшись на определенную высоту, возвращается по тому же пути обратно. Чему равен коэффициент трения шайбы о поверхность горки, если время спуска оказалось в 2 раза больше времени подъема?

14. Два тела массой  $m_1 = 4 \text{ кг}$  и  $m_2 = 6 \text{ кг}$  соединены невесомой пружиной жесткости  $k = 600 \text{ Н/м}$  и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. В начальный момент расстояние между телами  $L = 5 \text{ см}$ . На тело  $m_1$  стали действовать горизонтальной силой, направленной вдоль пружины, медленно увеличивая её до значения  $F = 10 \text{ Н}$ . Найти расстояние между телами при установившемся движении и ускорение тел.

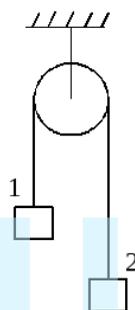
15. Два бруска одинаковой массы  $m = 2,5 \text{ кг}$  поставили на наклонную плоскость, составляющую угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом, так, что они соприкасаются между собой и один находится выше другого. Коэффициент трения нижнего бруска о плоскость в три раза больше коэффициента трения верхнего бруска о плоскость. Найти эти коэффициенты и силу взаимодействия брусков при их совместном соскальзывании, если ускорение брусков равно  $a = 1 \text{ м/с}^2$ .

16. Найти силу натяжения нити и массу второго груза в системе, изображенной на рисунке, если первый груз массой 2 кг, имея скорость 6 м/с, остановился спустя 1 секунду. Нить невесома и нерастяжима, блок идеальный.

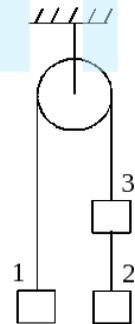
17. Первый груз удерживают на одном уровне со вторым (см. рисунок). Через какое время после отпущения он окажется на одном уровне с третьим, если расстояние между вторым и третьим грузом 50 см, масса первого груза 2 кг, второго – 3 кг, третьего – 3 кг. Найти также силы натяжения нитей.

18. Длинная цепь массой  $m$  переброшена через невесомый блок. Найти её ускорение в тот момент, когда с одной стороны блока свисает в 2 раза больше цепи, чем с другой стороны. Найти в этот момент силу натяжения цепи в серединной точке.

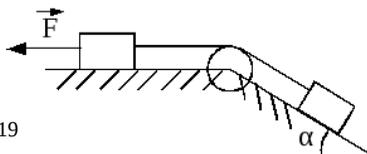
19. Груз массой 3 кг, лежащий на горизонтальной поверхности связан легкой нерастяжимой нитью, переброшенной через идеальный блок, с грузом массой 5 кг, лежащем на наклонной поверхности с углом наклона  $30^\circ$ . При действии на верхний груз горизонтальной силы в 8 Н так, как показано на рисунке, вся система движется с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ . Чему равен коэффициент трения между грузами и поверхностью?



К задаче 16

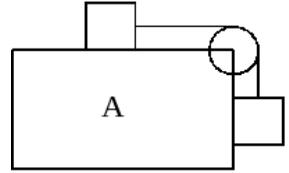


К задаче 17

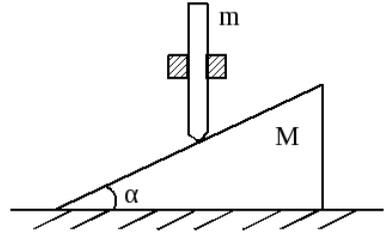


К задаче 19

20. С каким минимальным ускорением нужно перемещать в горизонтальном направлении брусок А (см. рисунок), чтобы тела не скользили по нему? Массы тел одинаковы, коэффициент трения тел о брусок  $\mu$ . Нить и блок невесома, нить нерастяжима.



21. Между двумя неподвижными муфтами скользит без трения стержень  $m = 1$  кг, опирающийся нижним концом на гладкую наклонную поверхность клина массой  $M = 2$  кг (см. рисунок). Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Поверхность клина составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Найти ускорения стержня и клина.



### Ответы.

- 100 Н (по 3-му закону Ньютона)
- $\left(1 + \frac{h}{R_3}\right)^2 = 1,21$
- 500 Н/м
- $90 \text{ м/с}^2$
- 20 Н
- $10 \text{ м/с}^2$ , строго на северо-запад
- 120 Н
- 450 Н (см. задачу №7)
- $\sqrt{1 + \left(\frac{a}{g}\right)^2} \approx 1,01$  Реакция опоры со стороны кресла на пассажира имеет две составляющие: вертикальную – равную силе тяжести, и горизонтальную – которая разгоняет пассажира. Поэтому вектор силы реакции опоры будет слегка наклонен вперед по ходу самолета.
- $H = 60 \text{ м}$ ,  $t \approx 9,5 \text{ с}$  В течение первых 4-х секунд ракета разгоняется с ускорением  $5 \text{ м/с}^2$  и поднимается на высоту 40 м. Затем начинается свободный полет в поле тяжести Земли.
- $\text{tg } \alpha \leq \mu$ ,  $\alpha \leq 21,8^\circ$  (см. задачу №9)
- $v_{\text{max}} = 18 \text{ м/с} = 65 \text{ км/ч}$ . При достижении этой скорости ускорение становится равным нулю.

13.  $\mu = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \operatorname{tg} \alpha = 0,16$ , где  $n = 2$ . Нужно отдельно рассмотреть движение вверх – записать выражение для ускорения и для пройденного пути, а затем, движение вниз. Пройденный путь вверх равен пути вниз.
14. Расстояние между телами равно 4 см или 6 см в зависимости от того, куда направлена действующая сила,  $a = 1 \text{ м/с}^2$ .
15.  $\mu_{\text{верх}} = \frac{g \sin \alpha - a}{2g \cos \alpha} \approx 0,23$ ,  $\mu_{\text{ниж}} = 0,69$ ,  $F_{\text{взаим}} = \frac{1}{2} m (g \sin \alpha - a) = 5 \text{ Н}$ . Учти, что верхний брусок действует этой силой на нижний вниз, а нижний этой же силой на верхний вверх.
16. 1)  $m_2 = 0,5 \text{ кг}$ ,  $F_n = 8 \text{ Н}$  – если скорость 1 груза была направлена вверх; 2)  $m_2 = 8 \text{ кг}$ ,  $F_n = 32 \text{ Н}$  – если скорость 1 груза была направлена вниз.
17.  $a = 5 \text{ м/с}^2$ ;  $F_{n1} = 30 \text{ Н}$  – сила натяжения нити, соединяющей 1 и 3 грузы;  $F_{n2} = 15 \text{ Н}$  – сила натяжения нити, соединяющей 2 и 3 грузы.
18.  $a = \frac{1}{3} g$ ,  $F_n = \frac{1}{3} mg$  (см. задачу №17)
19.  $\mu \approx 0,13$  – грузы движутся вправо!
20.  $a_{\min} = \frac{1 - \mu}{1 + \mu} g$  – направлено вправо, при условии, что  $\mu < 1$ . Если же  $\mu \geq 1$ , то тела и так покоятся.
21.  $a_{\text{кл}} = \frac{m \operatorname{tg} \alpha}{M + m \operatorname{tg}^2 \alpha} g \approx 2,47 \text{ м/с}^2$ ;  $a_{\text{ст}} = a_{\text{кл}} \operatorname{tg} \alpha \approx 1,43 \text{ м/с}^2$ .

**Убедительная просьба: присылать Ваши отзывы (пожелания, замечания, просьбы и т.п. – маты не надо!) на электронную почту.**